الأولى علوم تجريبية	المنطق	ح . بوعيون

تمرين1

أكتب باستعمال المكممات العبارات التالية وادرس قيمة حقيقتها

(P) لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث n=2m

(Q) لكل عددين حقيقيين x و y يوجد عدد صحيح طبيعي حيث x+y=n

® يوجد عدد حقيقي M حيث لكل x من IR : $x\le M$.

(S) لكل عدد حقيقي m يوجد عدد حقيقي x بحيث $x^2-mx+1=0$.

تمرين2

أكتب نفي العبارات التالية وحدد قيمة حقيقتها :

(P) $(\forall x\in IR):\sqrt{1+x^2}-|x|\ge 0$

(Q) $(\exists n\in IN^*)(\forall x\in IR):\frac{x^{2n}}{1+x}>1$

(R) $(\forall x\in IR)\ (\exists y\in IR)\ : y<x$

(S) $(\forall x\in IR):x^2-|x|+1\ge 0\ et -1\le x\le 1$

(T) $(\forall x\ge 1):x^2+x-2\ge 0$

(U) $(\forall x\in IR)(\exists y\in IR):x^2+y^2+xy-3=0$

تمرين3

بين أن العبارة التالية صحيحة :

$$(\forall x>1)(\forall y>1)\ x\ne y\Rightarrow \frac{x}{1+x^2}\ne\frac{y}{1+y^2}$$

تمرين4

1) بين أن لكل n من Z :

n^2 فردي ⇔ n فردي n^2 زوجي ⇔ n زوجي

2) استنتج أن $\sqrt5\notin\mathbb{Q}$ ثم أن $\frac{1+\sqrt5}{2}\notin\mathbb{Q}$.

تمرين5

ليكن a و b من IR^+ بين أن :

$$\sqrt{1+a}-\sqrt{a}<\sqrt{1+b}-\sqrt{b}\Leftrightarrow b<a$$

تمرين6

ليكن $a\in IR^+$ بحيث

$(\forall\varepsilon>0): a<\varepsilon$ بين أن a=0

تمرين7

ليكن a و b عنصرين من IR بحيث :

$(\forall x\in IR)(a<x\Rightarrow b<x)$ بين أن $b\le a$.

تمرين8

ليكن x و y و z من IR بحيث أحدها موجب قطعا وأحدها سالب قطعا والثالث منعدم وتحقق ما يلي :

$x=0\Rightarrow y>0$ و $x>0\Rightarrow y<0$ و $y\ne0\Rightarrow z>0$

حدد من بين هذه الأعداد الموجب والسالب والمنعدم .

تمرين9

ليكن x و y و z من IR_+^* بحيث

$xyz>1$ و $x+y+z<\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}$

باستعمال البرهان بالخلف بين أن :

1) كل من الأعداد x و y و z يخالف 1 .

2) أحد الأعداد x و y و z أصغر قطعا من 1 .

تمرين10

باستعمال الاستدلال بفصل الحالات بين ما يلي :

1) $(\forall n\in IN):\frac{n(n-1)(n+1)}{3}\in IN$

2) $(\forall n\in IN):\frac{n^2+1}{3}\notin IN$

تمرين11

ليكن a و b من IR بحيث :

$$(\forall n\in IN^*):a-\frac{1}{n}\le b\le a+\frac{1}{n}$$

ماذا يمكن أن نقول على a و b ؟

تمرين12

ليكن n و p من IN^* بحيث $p>1$.

بين باستعمال الخلف أنه إذا كان p يقسم n فإن p لايقسم $n+1$

تمرين13

بين بالترجع على ما يلي :

1) $(\forall n\in IN^*)1+q+q^2+\dots\dots+q^n=\frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ حيث $q\in IR-\{1\}$

2) $(\forall n\in IN^*)1+2^3+3^3+\dots\dots+n^3=\frac{n^2(n+1)^2}{4}$

3) لكل n من IN : n^3-n يقبل القسمة على 3 .

4) لكل n من IN : $3^{2n}-2^n$ يقبل القسمة على 7 .

5) لكل n من IN^* : $3^{2n}+2^{6n-5}$ يقبل القسمة على 11 .

6) $(\forall n\in IN)\ (1+q)^n\ge 1+nq$ حيث q>0 .

7) $(\forall n\ge 6):\ 2^n\ge(n+2)^2$

8) $(\forall n\in IN^*)\ :1+3^3+5^3+\dots+(2n-1)^3=n^2(2n^2-1)$

9) $(\forall n\in IN^*):\frac{1}{1.2}+\frac{1}{2.3}+\dots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$

10) $(\forall n\in IN^*)1-2^2+3^2-\dots\dots+(-1)^{n-1}n^2=(-1)^{n-1}(1+2\dots+n)$

تمرين14

ليكن n من IN . بين أن

$$(\forall k\ge 1)\ :n^k+kn^{k-1}\le(n+1)^k$$

تمرين15

نعتبر الأعداد u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 .... بحيث

$u_0=1$ و $u_{n+1}=\sqrt{2+u_n}$

1) بين أن $(\forall n\in IN): u_n<2$

2) بين $(\forall n\in IN): u_n<u_{n+1}$